

# 2021年诺贝尔物理学奖：复杂系统科学的新纪元

樊京芳<sup>①</sup>，金瑜亮<sup>②③†</sup>

①北京师范大学，北京 100875；②中国科学院理论物理研究所，北京 100190；③中国科学院大学，北京 100049

**摘要** 2021年度诺贝尔物理学奖授予3位科学家，以表彰他们“对理解复杂物理系统的开创性贡献”。真锅淑郎(Syukuro Manabe)和克劳斯·哈塞尔曼(Klaus Hasselmann)共同分享了1/2的奖金，获奖理由是“对地球气候建立物理模型、量化可变性并可靠地预测全球变暖”。乔治·帕里西(Giorgio Parisi)获得另外1/2的奖金，获奖理由是“发现从原子到行星尺度的物理系统中无序和涨落之间的相互影响”。文章介绍了这几位科学家的工作以及他们的贡献。

**关键词** 诺贝尔物理学奖；气候变化；地球系统科学；无序系统；自旋玻璃

1991年，诺贝尔奖委员会给物理学家de Gennes的颁奖词里提到“复杂性”(complexity)一词。复杂系统科学经过30年迅速发展，研究对象已经超过单纯的物理体系，涵盖了从玻璃到气候、地球等广泛复杂系统。2021年的诺贝尔物理学奖颁发给3位在复杂系统科学方面获得杰出成就的科学家，说明该领域的研究已经获得学术界的重视，甚至有可能引发自然科学的变革，标志着一个新纪元的开端。

## 1 地球系统科学

地球作为一个复杂的自适应系统，从组成结构上看主要包括大气圈、水圈、冰冻圈、岩石圈和生物圈5大圈层。同时，各个圈层之间和内部具有高度的非线性相互作用和反馈回路(图1)<sup>[1]</sup>。实际上每个圈层本身也可以被视为一个独立的复杂体系，并可以进一步分解为更专业的子系统。然而，随着对地球系统多组分之间物理、化学、生物以及人类相互作用的日益了解，人们意识到应该将地球系统作为一个整体看待。这些研究和其结果产生出一门新的学科——地球系统科学。

正如汪品先院士所言，“地球系统科学不应当理解为各门地球科学的叠加，而是探索其圈层相互作用，整合其各种学科，将地球作为一个完整系统来研究的学问”<sup>[2]</sup>。

地球系统科学是一门基于观测的实验学科，依赖于技术、仪器和全球合作。全球尺度上长期连续的观测仅仅有60年左右的历史，最早可以追溯到1957年10月4日苏联成功发射世界首颗人造卫星之时。随后，美国于1958年1月31日将“探险者一号”卫星送上太空。卫星、遥感和测绘是地球系统科学产生的前提，有了遥感技术才有全球视野。1999年德国物理学家Hans Joachim Schellnhuber甚至把遥感技术的发明比作“第二次哥白尼式革命”。第一次是依靠望远镜，哥白尼在《天体运行论》提出的“日心说”挑战了当时人们深信不疑的“地心说”；第二次依靠遥感技术从太空看地球，从而产生“地球系统科学”<sup>[3]</sup>。他进一步指出，地球系统可以用一个简短的数学形式来描述 $E=(N, H)$ ，其中 $N$ 指的是自然因素， $H$ 代表的是人类的驱动因素。

伴随着地球系统科学的发展，20世纪80年

†通信作者，研究方向：统计物理与复杂系统。E-mail: yuliangjin@itp.ac.cn

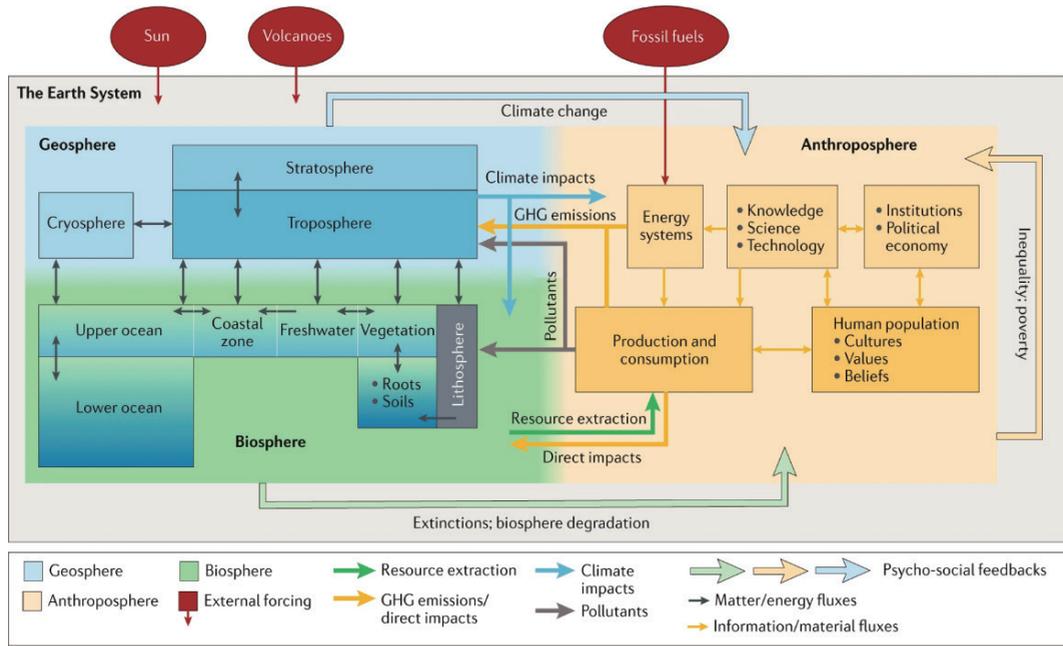


图1 地球复杂系统示意图<sup>[1]</sup>

代后相继成立四大全球环境变化计划，为研究全球气候变化提供了合作的国际框架。四大全球环境变化计划为：世界气候研究计划(WCRP, World Climate Research Programme)；政府间气候变化专门委员会(IPCC, Intergovernmental Panel on Climate Change)；国际地圈生物圈计划(IGBP, International Geosphere-biosphere Programme)和国际全球环境变化人文因素计划(IHDP, International Human Dimensions Programme)。2001年，四大全球环境变化计划联手成立了地球系统科学联盟(ESSP, Earth System Science Partnership)，对地球系统进行集成研究。该联盟着重研究粮食、碳、水、人类安全等四大关乎人类生计与生存的关键可持续性问题，主要目的是综合研究地球系统变化及其对全球的可持续性影响。

诺贝尔物理学委员会主席Thors Hans Hansson曾说：“今年获奖的研究表明，我们关于气候的知识，是基于对观测的严格分析，建立在坚实的科学基础之上的。”其中“坚实的科学基础”体现在气候模式的发展上。

### 1.1 气候模式(climate model)

目前，气候模式是研究地球复杂系统尤其是气候系统时最重要的研究工具，被广泛应用于

预报天气、理解气候和预测气候变化等方面。气候模式的研究方法是建立包含复杂的动力学及热力学过程和物理化学过程的数学模型，并基于观测数据来模拟和预测气候系统的演化。气候模式不仅可以分析和理解一些气候现象及整个地球气候系统的物理学机制，还可以模拟和预测在气候变化背景下气候系统的演化方向等。

气候模式的开发依赖于经典物理学、计算数学、计算机科学和大气动力学等学科的发展。真锅淑郎(Syukuro Manabe)和克劳斯·哈塞尔曼(Klaus Hasselmann)就是因“对地球气候建立物理模型、量化可变性并可靠地预测全球变暖”共同分享了2021年诺贝尔物理学奖一半的奖金。

气候模式是研究气候的理论体系，当前的气候模式可分为能量平衡模式(energy-balance model)、辐射对流模式(radiative-convective model)、统计动力模式(statistical-dynamical model)和一般环流模式(general circulation model)四大类(图2)。

(1)能量平衡模式是最简单的气候模式，从能量平衡方程出发研究不同物理因子(如二氧化碳)、反照率等的作用。该模式通常采用两种简单形式：零维模型，即地球作为一个点；一维模型，即考虑温度在纬度上的差别。在一维模型

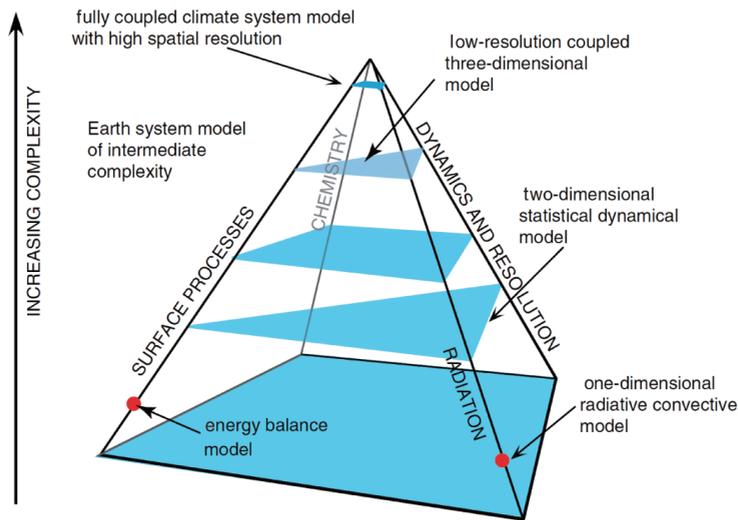


图2 气候模式的分类<sup>[4]</sup>

中，每个纬度带可由以下方程来描述：

$$S(\Phi)\{1-\alpha(\Phi)\} = c\{T(\Phi) - \bar{T}\} + \{A + BT(\Phi)\} \quad (1)$$

其中： $S(\Phi)$ 是纬度为 $\Phi$ 的年平均辐射强度； $\alpha(\Phi)$ 是对应的反照率，当 $T < -10^\circ\text{C}$ 时 $\alpha = 0.62$ ，否则 $\alpha = 0.30$ ； $c$ 指的是水平传热系数( $3.81 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ )； $T(\Phi)$ 是纬度为 $\Phi$ 的地表温度， $\bar{T}$ 代表全球平均地表温度； $A$ 和 $B$ 是控制长波辐射损耗的参数( $A = 204.0 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ ， $B = 2.17 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ )。值得注意的是，在一些更复杂的能量平衡模型中还要考虑大气和海洋之间的能量转移。

(2)辐射对流模式，考虑一维的温度垂直分布，常作为更复杂的模式的一部分，主要研究不同辐射过程的相互作用。该模式可以研究温室气体(如二氧化碳)对全球地表温度的响应，其数学方程简单描述为：

$$\begin{cases} S = \alpha_c S + \alpha_g (1 - \alpha_c)^2 (1 - \alpha_c) S + \varepsilon \sigma T_c^4 + (1 - \varepsilon) \sigma T_g^4, \\ \alpha_c (1 - \alpha_c) S + \alpha_g \alpha_c (1 - \alpha_c) (1 - \alpha_c) S + \varepsilon \sigma T_c^4 = 2 \varepsilon \sigma T_c^4, \\ (1 - \alpha_g) (1 - \alpha_c) (1 - \alpha_c) S + \varepsilon \sigma T_c^4 = \sigma T_g^4. \end{cases} \quad (2)$$

3个分式分别代表大气顶层(上式)、云层(中式)和地表(下式)的能量平衡方程。其中， $\alpha_c$ 、 $\alpha_g$ 、 $\varepsilon$ 和 $\alpha_g$ 代表云的短波吸收率、反照率、红外发射率和表面反照率， $\sigma$ 是Stefan-Boltzmann常数。辐射对流模式包含有关整个大气辐射通量的信息，包括太阳辐射通量、云量和陆地。

(3)统计动力模式考虑纬圈平均，对大型涡旋输送参数化用来研究不同物理因子如二氧化

碳、太阳常数等的作用。

(4)一般环流模式标志着气候建模的一个真正概念上的突破，是最为完善的气候模式。一般环流模型详细研究不同物理因子如海温、二氧化碳、太阳常数、陆面反照率等的作用，通常要求解旋转球体的纳维-斯托克斯方程。三维的一般环流模型需要求解由动量守恒、质量守恒、能量守恒的微分方程和理想气体方程组成的方程组：

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} - \rho^{-1} \nabla p + \mathbf{g} + \mathbf{F}, \\ \frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v} + C - E, \\ \frac{dI}{dt} = -p \frac{d}{dt} \rho^{-1} + Q, \\ p = \rho RT. \end{cases} \quad (3)$$

## 1.2 真锅淑郎及其开创性贡献

真锅淑郎(图3)出生于1931年，1953年从东京大学理学部地球物理学科毕业后继续在本校攻读数学物理专业，1958年获得理学博士学位。他毕业后于同年去美国气象局的总循环研究部门(即现在的美国地球物理流体动力学实验室(GFDL))工作。1997—2001年，真锅在日本的全球变化前沿研究系统中担任全球变暖研究部主任。2002年，他作为普林斯顿大学大气与海洋科学计划的客座研究合作伙伴回到美国，目前在普林斯顿大学担任高级气象学家。他曾经获得2015年的本杰



图3 2018年在克拉福德奖颁奖典礼上的真锅淑郎

明·富兰克林奖章和2018年的克拉福德奖。

真锅淑郎致力于研究和开发基于计算机的气候模式，因建立使预测全球变暖成为可能的真锅模型而闻名。1967年，真锅淑郎和Wetherald首次开发出一维辐射对流模式<sup>[5]</sup>，把空气团因对流而产生的垂直输送和水蒸气的潜热纳入其中，用来研究二氧化碳水平增加将如何导致气温升高。该模型显示，大气中二氧化碳浓度升高导致地球表面和对流层的温度也随之升高，而平流层的温度随之降低。他们进一步研究发现氧和氮对地表温度的影响可忽略不计，而二氧化碳的影响很明显：当二氧化碳水平翻倍时，全球温度上升

超过2 °C(图4)。他们的工作也为建立更复杂的气候模式奠定了基础。

此外，真锅还发展了一个理想海陆分布下垫面的三维大气环流模式，并模拟二氧化碳加倍情景时气候的变化<sup>[6]</sup>。根据他的模拟，二氧化碳浓度若增加一倍(自300 ppm增至600 ppm, 1 ppm=10<sup>-6</sup>)，全球平均温度将上升2.93°C。这一结论为日后IPCC的第一次评估报告提供了重要论据。1969年真锅淑郎和Bryan开发出首个海洋-大气耦合环流模式用于对气候进行模拟，该模式可以研究十年到百年时间尺度的气候演化<sup>[7]</sup>。

### 1.3 克劳斯·哈塞尔曼及其开创性贡献

1931年10月25日哈塞尔曼(图5)生于魏玛共和国时期的汉堡，父亲埃尔温·哈塞尔曼是经济学家、记者兼出版商。1934年，希特勒掌权德国，哈塞尔曼举家搬到英国伦敦北部的韦林花园市。1950年哈塞尔曼进入汉堡大学学习物理和数学，1955年获得物理学与数学学士学位，1957年在哥廷根大学和马克斯·普朗克流体动力学研究所获得物理学博士学位。1964—1975年担任汉堡大学地球物理研究所所长兼理论地球物理学教授，1975年2月至1999年12月任汉堡马克斯·普朗

#### Carbon dioxide heats the atmosphere

Increased levels of carbon dioxide lead to higher temperatures in the lower atmosphere, while the upper atmosphere gets colder. Manabe thus confirmed that the variation in temperature is due to increased levels of carbon dioxide; if it was caused by increased solar radiation, the entire atmosphere should have warmed up.

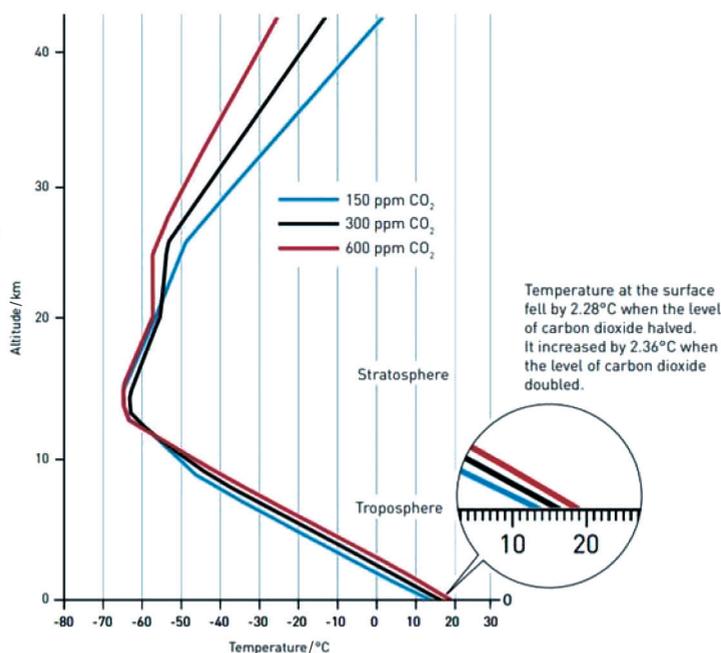


图4 真锅气候模式揭示了大气温度、高度和二氧化碳浓度的关系<sup>[5]</sup>

克气象研究所创始所长，1988年1月至1999年11月任德国气候计算中心科学主任。哈塞尔曼的研究课题包括气候动力学、随机过程、海浪、遥感和综合评估研究等，后期他的研究兴趣主要集中在量子场论。

除了这次的诺贝尔物理学奖外，哈塞尔曼获奖无数，包括1971年美国气象学会斯沃卓普奖章(Sverdrup Medal)、1997年皇家气象学会西蒙斯纪念奖章(Symons Memorial Medal)、2002年欧洲气象物理学学会威廉·皮耶克尼斯奖章和2009年BBVA基金会知识前沿奖(气候变化方向)等。

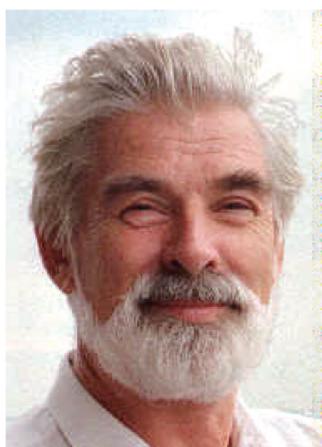


图5 克劳斯·哈塞尔曼(图片来自MPI)

气候模式研究的是气象观测的统计平均(例如平均值、标准偏差等)，可以预测某地某时的平均温度或降雨量，但是无法告诉你某地某时的天气会怎么样。尽管天气是一个典型的混沌系统，但如何才能建立能够预测未来数十年、甚至数百年的可靠气候模式呢？在真锅淑郎的研究<sup>[5]</sup>发表约10年后，克劳斯·哈塞尔曼受爱因斯坦有关布朗运动理论的启发，创建了一个将天气和气候相关联的模型——随机气候模式(stochastic climate models)回答了这一问题<sup>[8]</sup>。

哈塞尔曼将混乱变化的天气现象作为快速变化的噪声纳入计算，并证明这种噪声是如何影响宏观的气候变化的，从而为长期气候预报奠定坚实的科学基础。他将宏观的气候因素(如海洋) $y$ 和介观的天气变化(如大气) $x$ 之间的相互影响简化成如下方程：

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x, y), \\ \dot{y}_i = g_i(x, y), \end{cases} \quad (4)$$

其中所有 $x_i$ 的特征演化时间尺度远小于 $y_i$ 的，后者表征“缓慢”的大尺度气候观测值的演化。在不失一般性的情况下，我们将 $x$ 和 $y$ 视为标量变量，就快速变量而言 $x = \langle x|y \rangle + x^*$ ，其中 $\langle x|y \rangle$ 为 $y$ 状态下 $x$ 的条件平均值。因为 $x$ 比 $y$ 的状态变化得更快，所以，

$$\begin{aligned} g(x, y) &\equiv g(\langle x|y \rangle + x^*, y) \\ &\approx g(\langle x|y \rangle, y) + \partial_x g(\langle x|y \rangle, y) x^* \\ &\equiv -\frac{dU(y)}{dy} + \bar{\sigma}(y)\zeta(t). \end{aligned} \quad (5)$$

假设快速变量 $x^*(t)$ 的变化可以近似为白噪声，其中 $\langle \zeta(t)\zeta(t') \rangle = \delta(t-t')$ ，幅度取决于慢变量 $\sigma(y)$ 的状态，于是该确定性动力学就可以解释为势 $U(y)$ 的一阶导数。这样我们就可以主要关注 $y(t)$ 的变化规律的朗之万方程：

$$\frac{dy}{dt} = -\Lambda y + \bar{\sigma}\zeta(t). \quad (6)$$

对于气候系统，通过朗之万方程推导出Fokker-Planck方程，有助于进一步研究系统在给定状态、给定时间时的概率。此外，对朗之万方程求解可以得到一个重要的关系： $\langle y^2 \rangle = \bar{\sigma}^2 / (2\Lambda)$ ，即涨落耗散关系。这意味着我们可以通过噪声天气 $x$ 的强度计算出宏观气候的涨落。

通过随机气候模式，哈塞尔曼还开发出可识别人类对气候系统影响的方法，分离出自然噪声和人类活动噪声的影响。他发现，气候模式以及观测和理论考量，均包含了有关噪声和信号特性的充分信息。例如，太阳辐射、火山爆发或温室气体的浓度变化会留下独特的信号和印记被分离出来。图6展示了哈塞尔曼随机气候模式可以用来识别气候变化中人类活动的指纹。从科学上进一步证实，人为原因产生的二氧化碳排放导致了全球变暖的结论。

## 2 帕里西与自旋玻璃理论

乔治·帕里西(图7)因其“发现了从原子到行星尺度的物理系统中无序和涨落的相互影响”而获得2021年诺贝尔物理学奖，并分享其中一半的奖金。帕里西最著名的工作是给出Sherrington-Kirkpatrick(SK)自旋玻璃模型的严格解，其他重

### Identifying fingerprints in the climate

Klaus Hasselmann developed methods for distinguishing between natural and human causes (fingerprints) of atmospheric heating. Comparison between changes in the mean temperature in relation to the average for 1901–1950 [°C].

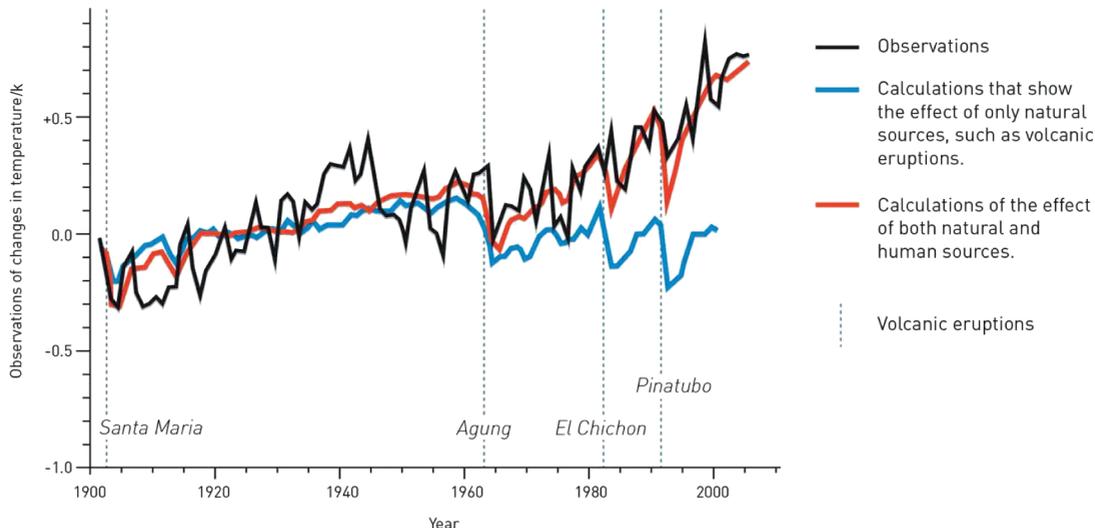


图6 哈塞尔曼随机气候模式用来识别气候变化中人类活动的指纹<sup>[9]</sup>



图7 意大利物理学家乔治·帕里西(图片来自Morning Express)

要工作包括部分子密度的QCD演化方程(也称为Altarelli-Parisi方程或者DGLAP方程)、描述界面生长的动力学标度的Kardar-Parisi-Zhang(KPZ)方程、鸟群中的涡动等。

#### 2.1 帕里西其人

帕里西1948年8月4日出生于意大利罗马，1970年毕业于罗马大学，导师为尼古拉·卡比博(Nicola Cabibbo)。之后他在意大利弗拉斯卡蒂国家实验室、美国哥伦比亚大学、法国高等研究院、巴黎高等师范学院以及罗马第二大学、第一大学等地工作。1980年帕里西在中国科学院理论物理研究所担任客座教授，并与吴咏时

教授合作发表论文<sup>[10]</sup>。有意思的是，帕里西的导师卡比博曾与诺贝尔奖擦肩而过，2008年诺贝尔物理学奖获得者、日本科学家小林诚和益川敏英的工作是对卡比博早年研究(卡比博-小林-益川矩阵)的推广。这一遗憾最终由他的学生帕里西弥补。

由于在物理学多个领域的重要贡献，帕里西获得荣誉无数。获得的重要奖项包括1992年的玻尔兹曼奖、1999年的狄拉克奖、2002年的费米奖、2005年的海涅曼数学物理奖、2021年的沃尔夫奖等。在获得2021年的诺贝尔物理学奖后，可以说帕里西几乎获得物理学领域重要奖项的“大满贯”。此外，帕里西还是意大利猞猁之眼国家科学院、法国科学院、美国国家科学院的院士，并在2018—2021年担任意大利猞猁之眼国家科学院院长。

帕里西才思敏捷，具有天才式的跳跃性思维，他兴趣广泛、为人和善且幽默。当被问到是否曾经预料会得诺贝尔奖时，帕里西用统计物理学家特有的方式回答：“我知道这一概率不是零。”帕里西研究的问题涉及物理学的多个领域，他和很多物理学家都有过合作(图8)。



图8 帕里西在他70岁生日研讨会上收到的礼物(印有他的317位合作者名字的海报)

## 2.2 无序体系

要理解帕里西在“无序材料和随机过程理论中的革命性贡献”，需要先了解什么是无序系统。让我们来看两个典型的无序系统的例子。

(1)结构玻璃。自然界中的物质通常有气相、液相和固相三种物相，例如水(H<sub>2</sub>O)的三相分别为水蒸气、(液态)水和冰。液体通过降温可以形成固体(例如水结冰)。一般情况下，这种过程形成的固体为晶体。晶体与液体在分子的微观排列上有本质的不同：液体中分子的排列是无序的，而晶体中分子则按照一定的规则排列成有序的晶体结构(图9左)。有些液体如果降温的速率足够快，则会形成“无序”的固体(图9右)，亦称(结构)玻璃(之所以叫结构玻璃，是为了区分下文的自旋玻璃)。例如，石英玻璃正是通过对高温下熔融的二氧化硅液体淬火(快速降温)制备得到。有意思的是，在一些特殊的实验条件下，水在极低温(远低于零度)下也可以形成无定形冰(或称玻璃态水)<sup>[11]</sup>。与普通的、“有序”的冰不同，无定形冰中水分子的排列是无序的。

(2)自旋玻璃。物理系统中的无序，不但可以出现在微观粒子的排列中，也可以出现在相互作用中。自旋玻璃就是对应于后者中的一个典型体系。帕里西对于自旋玻璃模型有过很形象的描述<sup>[12]</sup>：在很多文学作品中(例如莎士比亚的戏剧)人物之间有着错综复杂的关系，为了对此建立数学模型，不妨用 $J_{ij}$ 来表示*i*、*j*两者之间的关系， $J_{ij}=1$ 表示两者为朋友， $J_{ij}=-1$ 表示两者为敌人。假设所有人分成了两派，每个人( $S_i$ 表示)必须选择其中之一站队( $S_i=+1$ 或 $-1$ )。对于有*N*个人的关系网络，可以用*H*来描述所有人的舒适

程度(物理上称为哈密顿量)，即

$$H = -\sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} S_i S_j \quad (7)$$

对于复杂的人际关系，可以进一步假设 $J_{ij}$ 是随机的，且取+1或-1的概率各为50%。在这些条件下，式(7)就是一个自旋玻璃模型。如果 $J_{ij}$ 是一个常数( $J_{ij}=1$ )，式(7)就对应了著名的Ising模型。

自旋玻璃模型最早由Edwards和Anderson在1975年提出，简称EA模型<sup>[13]</sup>。在EA模型中，自旋相互作用网络是规则的晶格，而且只有近邻的自旋之间才有相互作用。如果自旋之间是无限长程相互作用的，或者说式(7)里面的每个自旋都与其他*N*-1个自旋作用，那么式(7)就变成一个平均场自旋玻璃模型(SK模型)<sup>[14]</sup>。

## 2.3 自旋玻璃与阻挫

式(7)的自旋玻璃模型是描述无序材料最基本的数学模型。例如，对于随机掺杂的合金来说， $S_i$ 代表每个原子具有的自旋， $J_{ij}$ 则代表自旋之间的相互作用。由于自旋之间的距离是随机的，它们之间的相互作用 $J_{ij}$ 也具有随机涨落。

自旋玻璃中一个重要的问题是找到能够最小化*H*的所有 $\{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ 的解。从计算复杂度理论的角度来看，这是一个NP完备(NP-complete)问题。这就意味着，随着*N*的增大，即使对于最好的算法来说，计算所花的时间也会指数级 $\exp(cN)$ 增长，其中*c*为常数。这从算法的角度体现了求解自旋玻璃问题的难度。

帕里西的重要贡献之一是基于统计物理的方法(复本理论replica theory)精确求解SK模型<sup>[15]</sup>，得出*H*的极小值为 $-0.7633 N^{3/2}$ 。有意思的是，这个结果表明在人际关系网络问题中，如果每个人

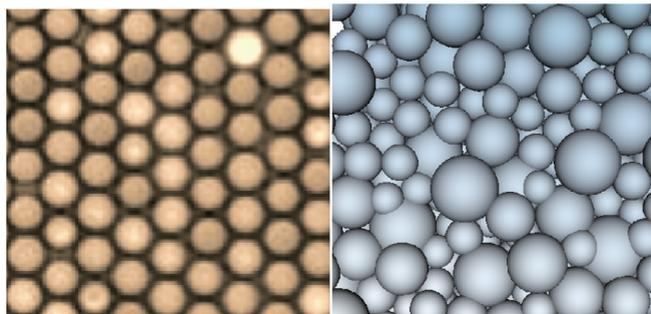


图9 晶体(左)和结构玻璃(右)

在选择站队的时候都足够聪明，使得所有人的舒适程度最大( $H$ 最小)，那么最终平均每个人的朋友只会比敌人多 $0.3817 N^{1/2}$ (如果 $N=108$ ，这个数字是4)！如果用最简单的方式——掷硬币决定站队的话，这个数字是0(朋友和敌人一样多)。

出现上面两种现象(求解时间指数增长；最优解接近于随机选择结果)的原因是自旋玻璃中存在大量的“阻挫”(frustration)。如图10所示( $N=3$ 为例)，如果式(7)中任何的 $J_{ij}=1$ ，那么所有的自旋无论取+1(向上)还是-1(向下)都使 $H$ 最小；如果有一个 $J_{ij}=-1$ ，那么就不存在一个使得所有自旋都“舒服”的状态。这种阻挫的数量随着 $N$ 的增大迅速增多。阻挫的存在是自旋玻璃模型复杂性的本质原因。

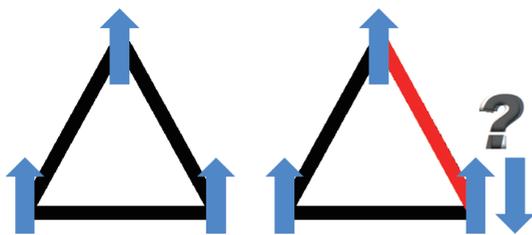


图10 阻挫(黑边表示 $J_{ij}=1$ ；红边表示 $J_{ij}=-1$ )

### 2.4 复本方法与自旋玻璃相变

根据统计物理，为了理解一个微观物理模型的宏观性质，我们需要先根据其哈密顿量计算配分函数 $Z$ ，然后再计算自由能 $F=-k_B T \ln Z$ ，其中 $k_B$ 和 $T$ 分别代表玻尔兹曼常数和温度。在式(7)中，相互作用 $\{J_{ij}\}$ 是预先随机给定的，叫淬火无序(quenched disorder)。与普通的系统不同，自旋玻璃模型的配分函数依赖于相互作用 $\{J_{ij}\}$ ，因而其自由能需要对不同的 $\{J_{ij}\}$ 做平均：

$$F_{\text{quench}} = -k_B T [\ln Z], \tag{8}$$

其中 $[\ln Z]$ 表示对淬火无序的平均。式(8)中淬火自由能(quenched free-energy) $F_{\text{quench}}$ 直接计算是非常困难的。然而，如果能够将做平均和取对数的顺序交换，所对应的退火自由能(annealed free-energy) $F_{\text{anneal}}$ 就比较容易计算：

$$F_{\text{anneal}} = -k_B T \ln [Z]. \tag{9}$$

为了克服这个问题，Edwards和Anderson<sup>[13]</sup>提出一种复本技巧(replica trick)，即通过等式

$$\ln Z = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{Z^n - 1}{n}, \tag{10}$$

把计算淬火自由能转换成计算退火自由能。物理上，式(10)意味着对同一系统做 $n$ 个相互独立的复本，然后考虑所有复本的总自由能。当然，根据式(10)，最终需要让复本的个数 $n$ 趋于零，这意味着在计算中需要把 $n$ 从整数延拓到实数。

朗道相变理论认为相变由序参量表征，帕里西基于复本的思想提出自旋玻璃模型需要考虑所谓的交叠序参量(overlap order parameter)：

$$q_{\alpha\beta} = \frac{1}{N} \sum_i [m_i^\alpha m_i^\beta], \tag{11}$$

其中， $m_i^\alpha = \langle S_i^\alpha \rangle$ 表示第 $\alpha$ 个复本(该复本处于某一纯态(pure state))中第 $i$ 个自旋的局域磁化强度。如果 $\alpha=\beta$ ，式(11)就给出了Edwards-Anderson序参量 $q_{EA}$ <sup>[13]</sup>。

一般情况下， $q_{\alpha\beta}$ 是一个 $n \times n$ 的矩阵，称为交叠矩阵(overlap matrix)。按照鞍点方法(saddle-point method)，计算自由能需要找到一个 $q_{\alpha\beta}$ 矩阵使得自由能函数取极值(一阶导数为零)。这意味着要求解 $n \times (n-1)/2$ 个方程( $q_{\alpha\beta}$ 矩阵是对称的)，而直接解析求解这么多方程基本是不可能的，理

论上必需要假设 $q_{\alpha\beta}$ 的形式来简化计算。最简单的假设是复本对称(replica symmetry), 即交换复本不会改变 $q_{\alpha\beta}$ 矩阵。在复本对称假设下, 只有一个独立序参量(图11), 即

$$q_{\alpha\beta} = q \quad (12)$$

基于复本对称假设的计算表明, 自旋玻璃的序参量 $q$ 在某一温度 $T_c$ 之上为零,  $T_c$ 之下大于零。因此, 体系在 $T_c$ 处发生“自旋玻璃相变”。

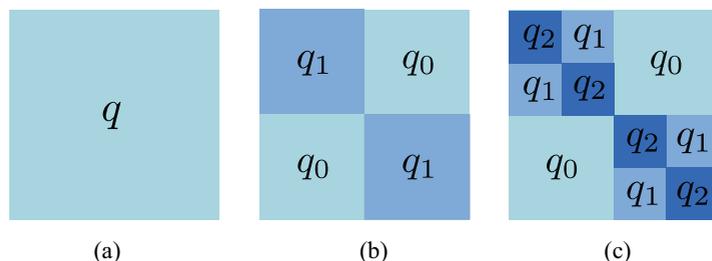


图11 交叠矩阵: (a)复本对称; (b)一阶复本对称破缺; (c)二阶复本对称破缺

## 2.5 复本对称性破缺与帕里西解

基于复本对称假设的理论虽然可以给出自旋玻璃相变, 但是其本身存在不自洽之处。复本对称理论得到的熵在零温极限下为负数,  $S(0) \approx -0.17$ , 而根据熵的微观定义(熵等于微观构型数的对数), 离散变量体系的熵不可能为负, 因而复本对称的假设会导致“负熵灾难”。另外, de Almeida和Thouless<sup>[16]</sup>发现(AT相变), 在低温下复本对称解并不稳定(自由能函数的二阶导数会出现负值)。

为了克服这些问题, 自然地我们可以假设交叠矩阵并非所有元素都相等, 即(12)式不成立, 也即低温下会发生复本对称性破缺, 最简单的破缺方式是一阶复本对称性破缺: 假设在自旋玻璃相中复本会组织成多个集团, 集团内的复本之间 $q_{\alpha\beta}$ 值为 $q_1$ , 集团间的复本间的 $q_{\alpha\beta}$ 值为 $q_0$ (图11)。一阶复本对称破缺理论( $K=1$ )可以一定程度上修正负熵灾难, 给出 $S(0) \approx -0.01$ 。但是零温下的熵还是负的, 而且给出的解在低温下也不稳定。当然, 我们还可以进一步假设二阶( $K=2$ )、三阶( $K=3$ )复本对称破缺(图11)……

1980年左右, 帕里西意识到只有全复本对称破缺( $K=\infty$ )理论才会给出SK模型在低温下的正确解<sup>[12,15]</sup>。全复本对称破缺理论不但完美解决了负熵灾难, 给出 $S(0)=0$ , 而且与模拟的结果吻合很好。另外, 帕里西的解在数学上非常优美, 其对应的交叠矩阵具有超度量性(ultrametric),

即对于任意3个复本两两配对形成的3个交叠量( $q_1, q_2, q_3$ )只能出现两种情形: 三者相等(等边三角形 $q_1=q_2=q_3$ ), 或者两者相等且小于第三者(等腰三角形 $q_1>q_2$ 且 $q_2=q_3$ )。超度量性是三角不等关系(两边之和大于第三边)的一种强化版本。超度量性也意味着在自旋玻璃相中, 微观构型以树的形式组织具有分形(fractal)特征(图12)。

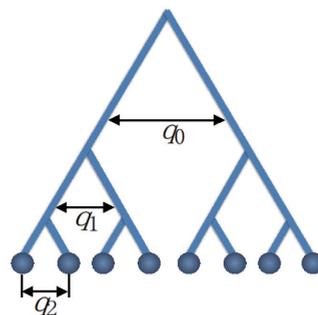


图12 具有超度量性的树

## 2.6 帕里西解的广泛应用

几十年后帕里西提出的SK自旋玻璃模型的解被数学家严格证明。无序体系的性质极其复杂, 很多科学家都致力于理解这些复杂性质。如果说自旋玻璃模型为实现这一目标提供了一个出发点, 那么帕里西解则是其理论上的基石。目前, 帕里西的理论已被广泛地应用在无序体系各类问题中, 包括玻璃化转变<sup>[17]</sup>、颗粒物质的非平衡相变<sup>[17]</sup>、优化问题<sup>[12]</sup>、物种的进化<sup>[12]</sup>、人脑的建模<sup>[12]</sup>、机器学习模型<sup>[18]</sup>以及引力理论<sup>[19]</sup>等。正如诺贝尔物理学奖评委会所说, 帕里西的工作

表明：“如果不正确地考虑无序、噪声以及可变性，那么决定论将只是一种幻像”。

(2021年11月19日收稿) ■



## 参考文献

- [1] STEFFEN W, RICHARDSON K, ROCKSTROM J, et al. The emergence and evolution of Earth system science [J]. *Nat Rev Earth Environ*, 2020, 1(1): 54-63.
- [2] 汪品先. 对地球系统科学的理解与误解——献给第三届地球系统科学大会[J]. *地球科学进展*, 2014, 29(11): 1277.
- [3] SCHELLNHUBER H J. ‘Earth system’ analysis and the second copernican revolution [J]. *Nature*, 1999, 402(6761): C19-C23.
- [4] MCGUFFIE K, SELLERS A H. The climate modelling primer [J]. *International Journal of Environmental Studies*, 2014, 71(4): 581-582.
- [5] MANABE S, WETHERALD R. Thermal equilibrium of the atmosphere with a given distribution of relative humidity [J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1967, 24: 241-259.
- [6] MANABE S, WETHERALD R T. The effects of doubling the CO<sub>2</sub> concentration on the climate of a general circulation model [J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1975, 32(1): 3-15.
- [7] MANABE S, BRYAN K. Climate calculations with a combined ocean-atmosphere model [J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1969, 26: 786-789.
- [8] HASSELMANN K. Stochastic climate models part I. Theory [J]. *Tellus*, 1976, 28 (6): 473-485.
- [9] Popular Science Background. They found hidden patterns in the climate and in other complex phenomena [EB/OL]. [2021-11-20]. <https://www.nobelprize.org/uploads/2021/10/popular-physicsprize2021.pdf>.
- [10] PARISI G, WU Y S. Perturbation theory without gauge fixing [J]. *Sci Sin*, 1981, 24(4): 483-496.
- [11] DEBENEDETTI P G, STANLEY H E. Supercooled and glassy water [J]. *Physics Today*, 2003, 56(6): 40-46.
- [12] MÉZARD M, PARISI G, VIRASORO M A. Spin glass theory and beyond: An introduction to the replica method and its applications [M]. Singapore: World Scientific Publishing Company, 1987.
- [13] EDWARDS S F, ANDERSON P W. Theory of spin glasses [J]. *Journal of Physics F: Metal Physics*, 1975, 5(5): 965.
- [14] SHERRINGTON D, KIRKPATRICK S. Solvable model of a spin-glass [J]. *Physical Review Letters*, 1975, 35(26): 1792.
- [15] PARISI G. Infinite number of order parameters for spin-glasses [J]. *Physical Review Letters*, 1979, 43(23): 1754-1756.
- [16] DE ALMEIDA J R L, THOULESS D J. Stability of the Sherrington-Kirkpatrick solution of a spin glass model [J]. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1978, 11(5): 983.
- [17] PARISI G, URBANI P, ZAMPONI F. Theory of simple glasses: exact solutions in infinite dimensions [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2020.
- [18] YOSHINO H. From complex to simple: hierarchical free-energy landscape renormalized in deep neural networks [J]. *SciPost Physics Core*, 2020, 2(2): 5.
- [19] DE GIULI E, ZEE A. Glassy gravity [J]. *Europhysics Letters*, 2021, 133(2): 20008.

## 2021 Nobel Prize in Physics: a new era of complex systems science

FAN Jingfang<sup>①</sup>, JIN Yuliang<sup>②③</sup>

①Beijing Normal University, Beijing 100875, China; ②Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; ③University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** The Nobel Prize in Physics 2021 was awarded to three scientists for groundbreaking contributions to our understanding of complex physical systems. Syukuro Manabe and Klaus Hasselmann shared half of the prize for the physical modelling of Earth’s climate, quantifying variability and reliably predicting global warming. Giorgio Parisi received the other half of the prize for the discovery of the interplay of disorder and fluctuations in physical systems from atomic to planetary scales. In this article, we reviewed their scientific contributions.

**Key words** Nobel Physics Prize, climate change, Earth system science, disordered system, spin glass

(编辑: 温文)